ΑΝΑΔΡΟΜΗ (Recursion)

- Αναδρομικός Ορισμός του n!

  $0! = 1$

  $n! = n\,(n-1)!\ ,\ n > 0$

- Αναδρομικός Ορισμός Συνάρτησης

  -Βάση Αναδρομής

  -Αναδρομικό Βήμα

- Αναδρομικός Υπολογισμός του 3!

$3! = 3 * 2!$

$2! = 2 * 1!$

$1! = 1 * 0!$

$0! = 1$

$3! = 3 * 2! = 3 * 2 = 6$

$2! = 2 * 1! = 2 * 1 = 2$

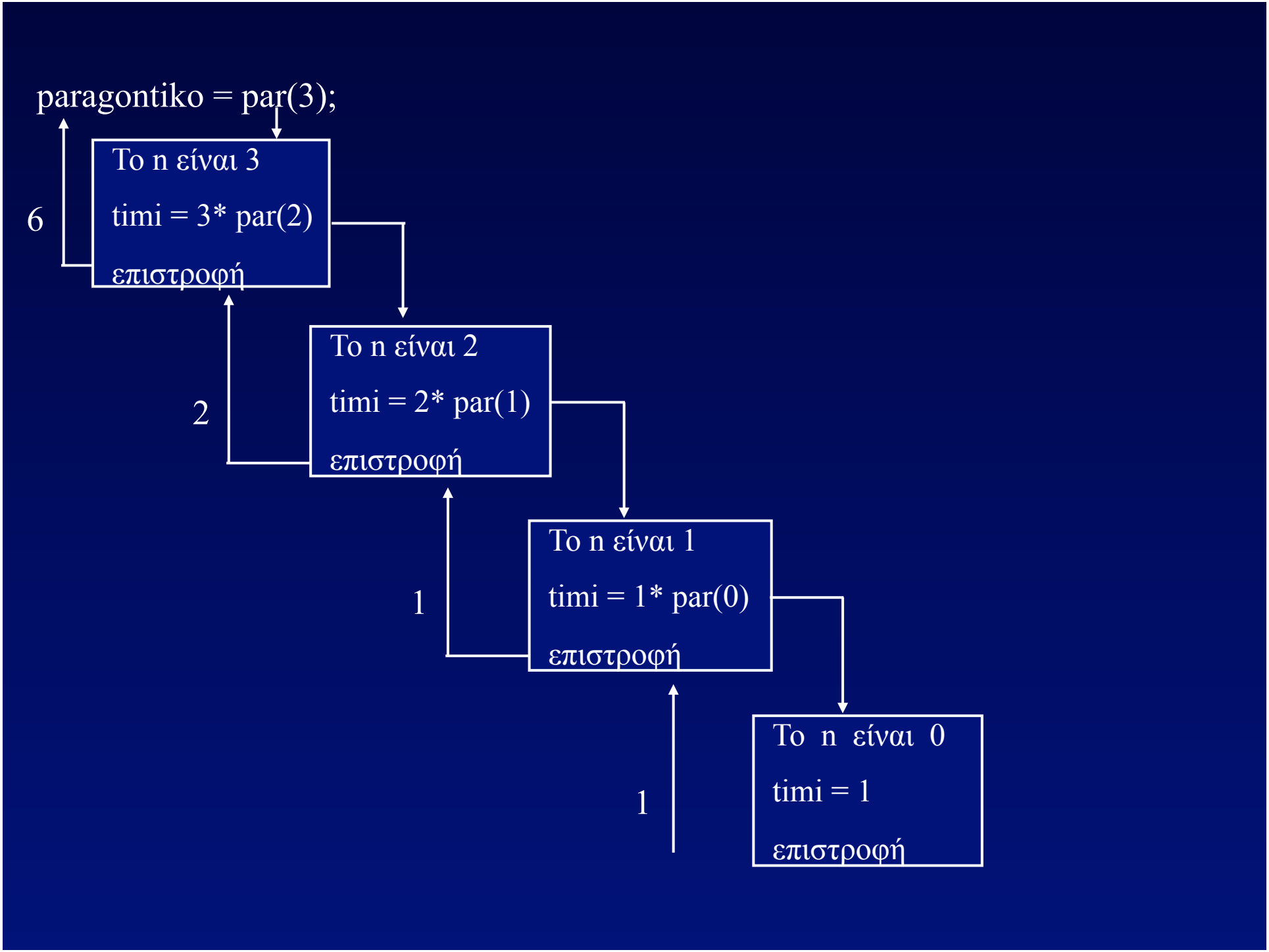
$1! = 1 * 0! = 1 * 1 = 1$

$0! = 1$

Ο αναδρομικός αυτός ορισμός μπορεί να υλοποιηθεί εύκολα όπως φαίνεται στο παρακάτω υποπρόγραμμα:

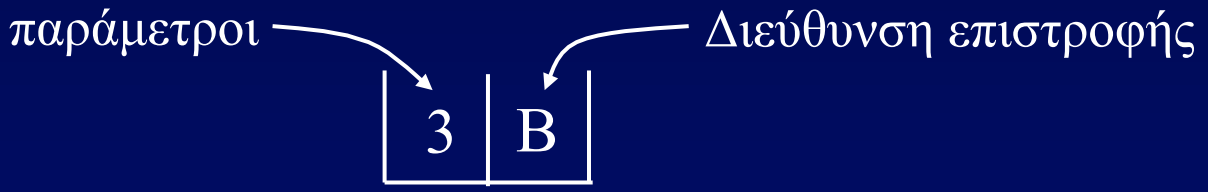
```
int par(int n)
{
        int     timi;
        if (n == 0)  /* βήμα διακοπής */
                timi = 1;
        else    /* αναδρομικό βήμα    n! = n * (n-1)! */
/* A */         timi = n * par(n - 1);
        return (timi);
}
```

Στο ακόλουθο σχήμα παρουσιάζεται ο τρόπος λειτουργίας του αναδρομικού υποπρογράμματος, όπου κάθε πλαίσιο σχετίζεται με αυτό που ονομάζεται **εγγραφή ενεργοποίησης (activation record)** για το υποπρόγραμμα.

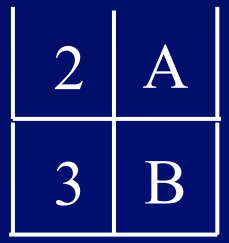

paragontiko = par(3);
To n είναι 3
timi = 3* par(2)
επιστροφή
6
To n είναι 2
timi = 2* par(1)
επιστροφή
2
To n είναι 1
timi = 1* par(0)
επιστροφή
1
To n είναι 0
timi = 1
επιστροφή
1

Υλοποίηση Αναδρομής

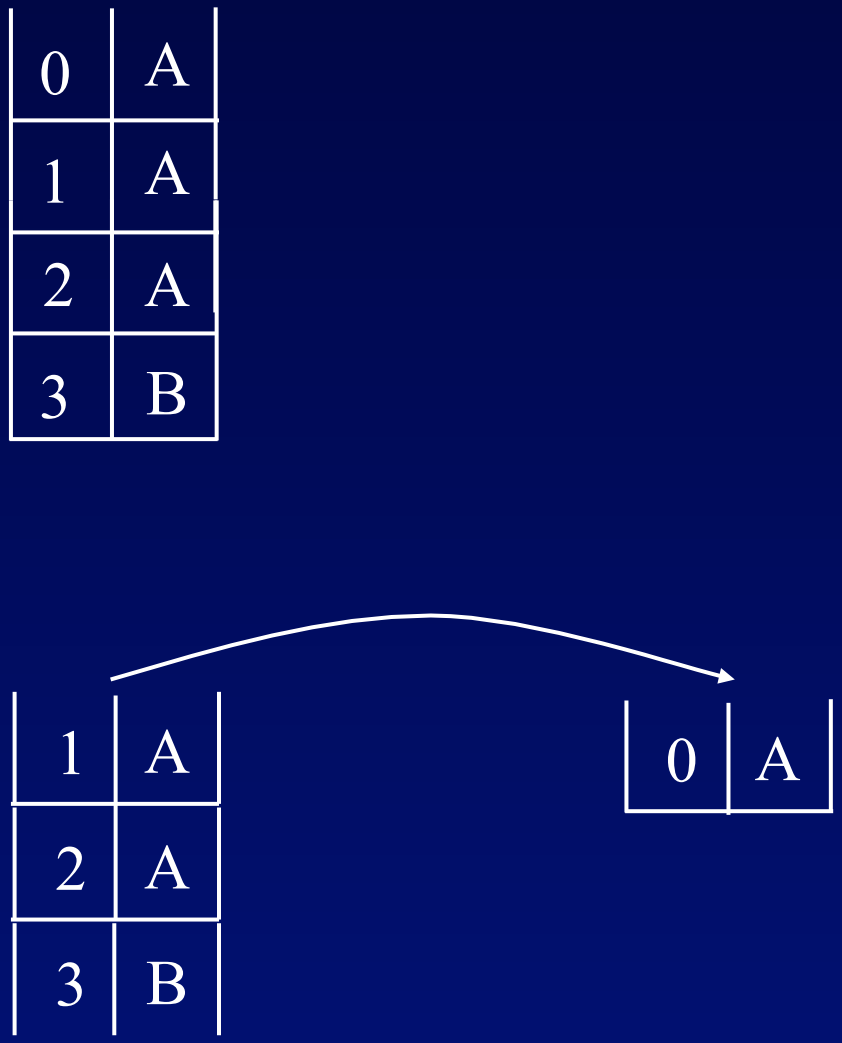
```
        {  /* κύριο πρόγραμμα */
{B}         x = par(3);
        }  /* κύριο πρόγραμμα */
```

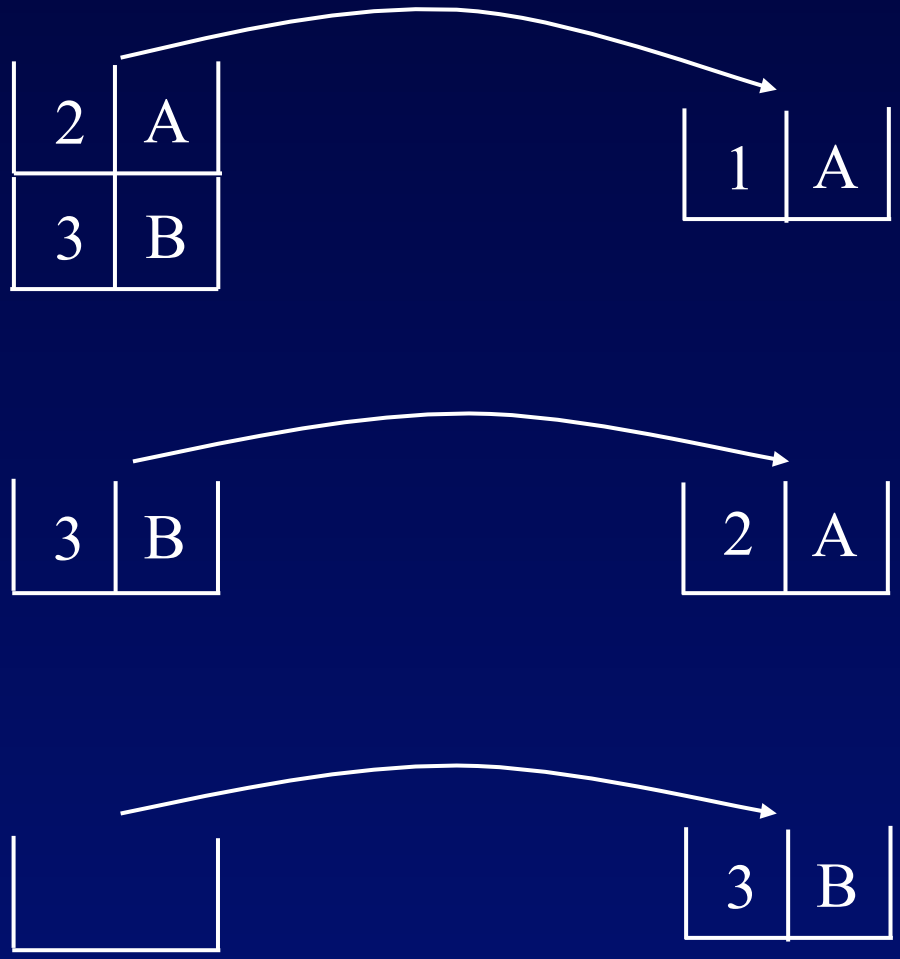


κλήση της par(3)



κλήση της par(2)


0 A
1 A
2 A
3 B
1 A
2 A
3 B
0 A


2
A
3
B
1
A
3
B
2
A
3
B

Πολυπλοκότητα

$$T(n) = 2 + T(n - 1) = 2 + 2 + T(n - 2) = 2 + 2 + \ldots + 2 + T(0) = 2n + 1$$

$$T_A(n) = O(n)$$

$$n! = 1 * 2 * 3 * .... * n, \qquad T_E(n) = O(n)$$

Αριθμοί Fibonacci

0 1 1 2 3 5 8 13 21 . . .

```
int  Fib (int n)
{
        int       Fibnum;
        if (n == 0)
                Fibnum = 0;
        else
                if (n == 1)
                        Fibnum = 1;
                else
                        Fibnum = Fib (n - 1) + Fib (n - 2);
        return (Fibnum);
}
```

Πολυπλοκότητα

$T(n) = 3 + T(n - 1) + T(n - 2) = 3 + 3 + T(n - 2) + T(n - 3) + T(n - 2)$
$= 6 + 2T(n-2) + T(n - 3),$ για $n>=3$

$T(n) >= 2T(n - 2) >= 2^2\ T(n - 4) >= \ldots >= 2^{n/2}\ T(0),$ αν n άρτιο

ή

$T(n) >= 2T(n - 2) >= 2^2\ T(n - 4) >= \ldots >= 2^{(n-1)/2}\ T(1),$ αν n περιττό

Αλλά $T(0) = T(1) = 1,$ συνεπώς

$$T_A(n) = \Omega(2^{n/2}) \quad \text{για όλα τα } n >=2$$

```
int eFib (int n)
 /* Επαναληπτικό υποπρόγραμμα για τον υπολογισμό του n-οστού αριθμού
Fibonacci για n >=3 */
{
        int     Fib1, Fib2, Fib3, i;

        Fib1 = 1;
        Fib2 = 1;
        for (i = 3; i<=n; i++)
        {
                Fib3 = Fib1 + Fib2;
                Fib1 = Fib2;
                Fib2 = Fib3;
        }
        return(Fib3);
}
```

$T_E = O(n)$

Μια περίπτωση αφαίρεσης της αναδρομής

```
void grammiki_anadromi (int n)
{
        if (συνθήκη (n))
                βάση αναδρομής;
        else
        {
                προηγούμενες πράξεις (n);
                grammiki_anadromi (F(n));
                μετέπειτα πράξεις (n);
        }
}
```

```
void epanaliptiki (int n)
{
        typos_stoivas   stoiva;

        dimiourgia(stoiva);
        while (!συνθήκη (n))
        {
                προηγούμενες πράξεις (n);
                othisi (stoiva, n);
                n = F(n);
        }
        βάση αναδρομής;
        while (!keni(stoiva))
        {
                exagogi(stoiva, n);
                μετέπειτα πράξεις (n);
        }
}
```